≪心清塾の個別指導≫

高校や塾で塾長から指導を受けた大学生、大学院生（以後、講師と表記）が数学・物理など講師の得意科目を指導します。塾長がこの講師なら任せられると思う人物です。

教科指導だけでなく、学習方法なども質問できます。

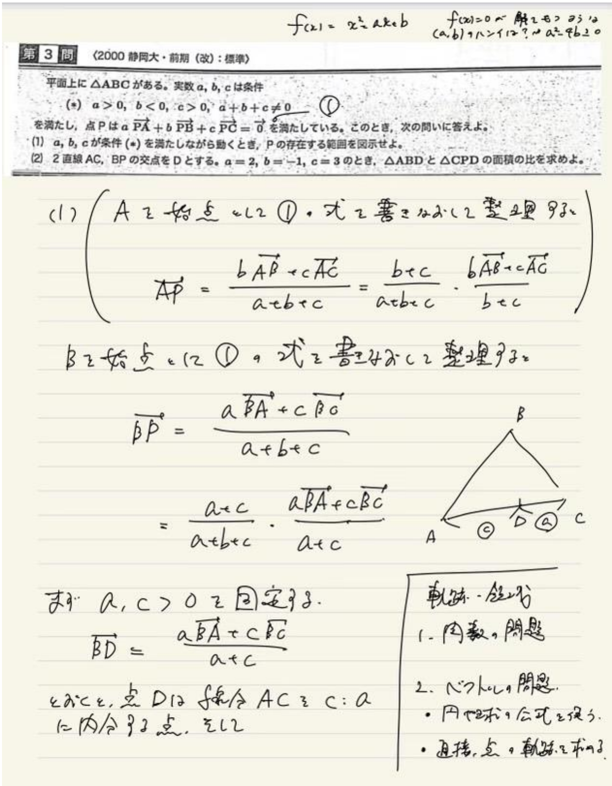
【指導方法】
Zoom で会話しながら、または、LINE オープンチャットでテキストや画像のやりとりをしながら指導を受けることができます。対面（ご家庭での指導）を希望される場合はご相談ください。

Zoom、対面での指導は 1 時間
オープンチャットやメールでの質問量は下記の（LINE オープンチャットの場合）を参考にしてください。

【申請方法】
更新フォーム、または新規入塾フォームでの申込後、こちらから講師の希望などをお尋ねします。
料金は更新フォーム、または新規入塾フォームでご確認ください。
翌月に利用回数分をまとめてご請求します。

【補足】
お問い合わせは
shinseimath@gmail.com
まで。

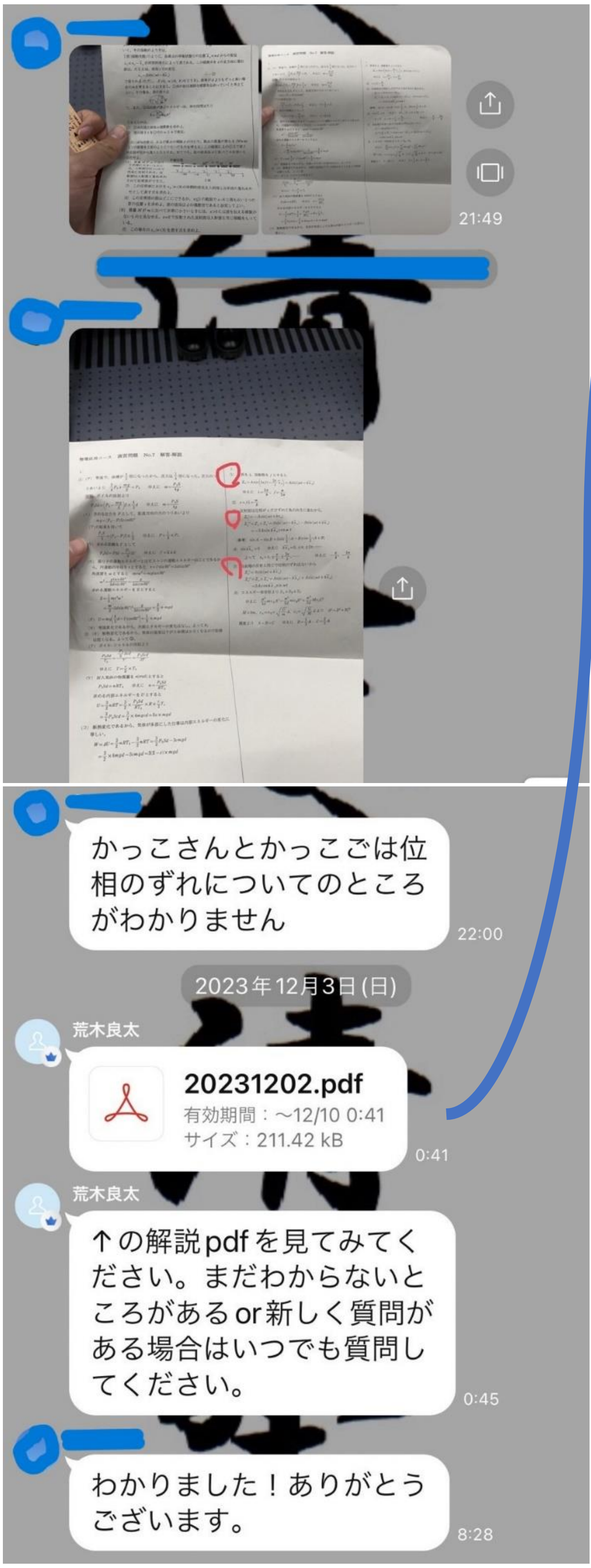
【詳細】
（zoom の場合）
心清塾 zoom アカウントのブレイクアウトルーム、もしくは講師の zoom アカウントで行います。
1 回1時間程度。（超えた場合は延長料金が発生します。）
受講者がiOS アプリのグッドノートを利用できる場合、講師とノートを共有し、理解度を確認しながら学習することができます。利用できない場合は、画面共有で講師が解く画面を見ながら会話を交えて学習できます。
質問したい問題・解答を2日前までに写真 or データを送っていただきます。
（↓2023 年度の例です）

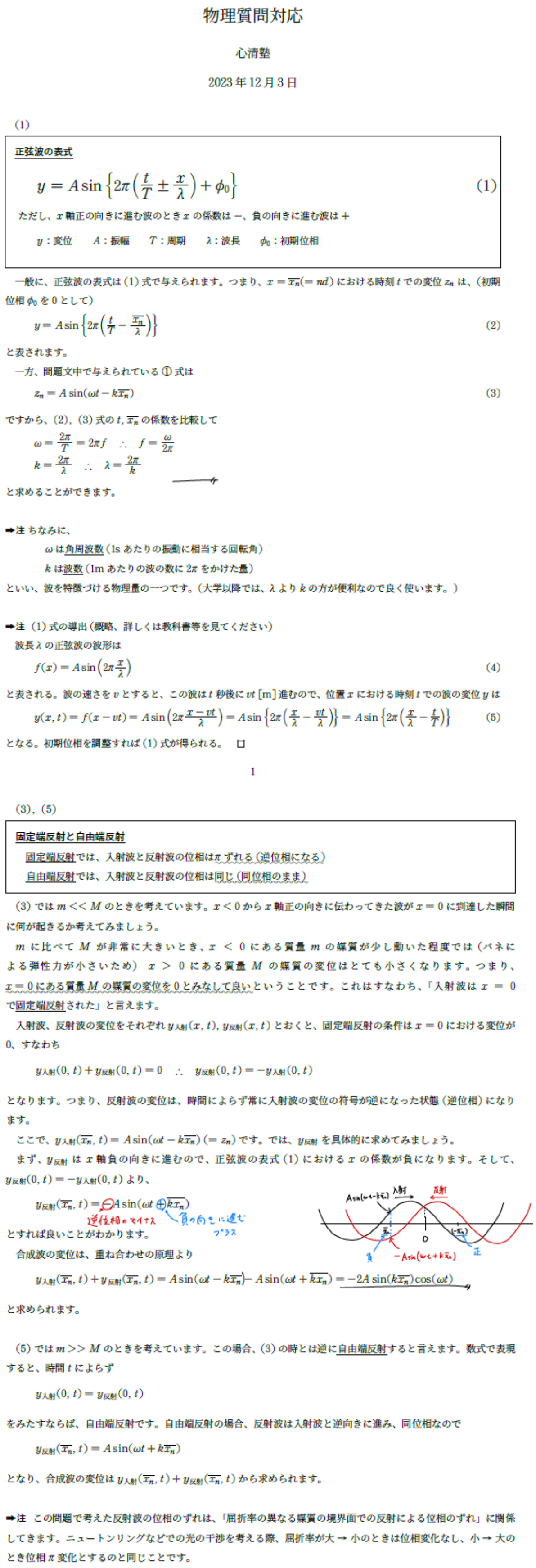


（LINE オープンチャットの場合）
講師と塾生、管理者の 3 人のみのチャットを作成します。（個人アカウントはわかりません）
講師は大学（院）の勉強や研究があるため、すぐには対応できないときもあります。
1 月につき 4 回質問ができます。（次ページへ→）

5 回以上は講師とご相談ください。質問の難易度より講師が 0.5 回とカウントすることもあります。

※以下、2023 年度の例です。





物理質問対応

心清塾

2023 年 12 月 3 日

(1)

正弦波の表式

$$y = A\sin\left\{2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda}\right) + \phi_0\right\} \qquad (1)$$

ただし、x 軸正の向きに進む波のとき x の係数は −、負の向きに進む波は ＋

y：変位　A：振幅　T：周期　λ：波長　ϕ_0：初期位相

一般に、正弦波の表式は (1) 式で与えられます。つまり、$x = \overline{x_n}(= nd)$ における時刻 t での変位 z_n は、(初期位相 ϕ_0 を 0 として)

$$y = A\sin\left\{2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\overline{x_n}}{\lambda}\right)\right\} \qquad (2)$$

と表されます。

一方、問題文中で与えられている ① 式は

$$z_n = A\sin(\omega t - k\overline{x_n}) \qquad (3)$$

ですから、(2), (3) 式の $t, \overline{x_n}$ の係数を比較して

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \therefore \quad f = \frac{\omega}{2\pi}$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \therefore \quad \lambda = \frac{2\pi}{k}$$

と求めることができます。

➡**注** ちなみに、

ω は角周波数 (1s あたりの振動に相当する回転角)

k は波数 (1m あたりの波の数に 2π をかけた量)

といい、波を特徴づける物理量の一つです。(大学以降では、λ より k の方が便利なので良く使います。)

➡**注** (1) 式の導出 (概略、詳しくは教科書等を見てください)

波長 λ の正弦波の波形は

$$f(x) = A\sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right) \qquad (4)$$

と表される。波の速さを v とすると、この波は t 秒後に vt [m] 進むので、位置 x における時刻 t での波の変位 y は

$$y(x,t) = f(x - vt) = A\sin\left(2\pi\frac{x - vt}{\lambda}\right) = A\sin\left\{2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{vt}{\lambda}\right)\right\} = A\sin\left\{2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right\} \qquad (5)$$

となる。初期位相を調整すれば (1) 式が得られる。 □

1

(3), (5)

固定端反射と自由端反射

固定端反射では、入射波と反射波の位相は π ずれる (逆位相になる)

自由端反射では、入射波と反射波の位相は同じ (同位相のまま)

(3) では $m << M$ のときを考えています。$x < 0$ から x 軸正の向きに伝わってきた波が $x = 0$ に到達した瞬間に何が起きるか考えてみましょう。

m に比べて M が非常に大きいとき、$x < 0$ にある質量 m の媒質が少し動いた程度では (バネによる弾性力が小さいため) $x > 0$ にある質量 M の媒質の変位はとても小さくなります。つまり、$x = 0$ にある質量 M の媒質の変位を 0 とみなして良いということです。これはすなわち、「入射波は $x = 0$ で固定端反射された」と言えます。

入射波、反射波の変位をそれぞれ $y_{入射}(x,t), y_{反射}(x,t)$ とおくと、固定端反射の条件は $x = 0$ における変位が 0、すなわち

$$y_{入射}(0,t) + y_{反射}(0,t) = 0 \quad \therefore \quad y_{反射}(0,t) = -y_{入射}(0,t)$$

となります。つまり、反射波の変位は、時間によらず常に入射波の変位の符号が逆になった状態 (逆位相) になります。

ここで、$y_{入射}(\overline{x_n}, t) = A\sin(\omega t - k\overline{x_n})\ (= z_n)$ です。では、$y_{反射}$ を具体的に求めてみましょう。

まず、$y_{反射}$ は x 軸負の向きに進むので、正弦波の表式 (1) における x の係数が負になります。そして、$y_{反射}(0,t) = -y_{入射}(0,t)$ より、

$$y_{反射}(\overline{x_n}, t) = -A\sin(\omega t + k\overline{x_n})$$

逆位相のマイナス　負の向きに進む プラス

とすれば良いことがわかります。

合成波の変位は、重ね合わせの原理より

$$y_{入射}(\overline{x_n}, t) + y_{反射}(\overline{x_n}, t) = A\sin(\omega t - k\overline{x_n}) - A\sin(\omega t + k\overline{x_n}) = -2A\sin(k\overline{x_n})\cos(\omega t)$$

と求められます。

(5) では $m >> M$ のときを考えています。この場合、(3) の時とは逆に自由端反射すると言えます。数式で表現すると、時間 t によらず

$$y_{入射}(0,t) = y_{反射}(0,t)$$

をみたすならば、自由端反射です。自由端反射の場合、反射波は入射波と逆向きに進み、同位相なので

$$y_{反射}(\overline{x_n}, t) = A\sin(\omega t + k\overline{x_n})$$

となり、合成波の変位は $y_{入射}(\overline{x_n}, t) + y_{反射}(\overline{x_n}, t)$ から求められます。

➡**注** この問題で考えた反射波の位相のずれは、「屈折率の異なる媒質の境界面での反射による位相のずれ」に関係してきます。ニュートンリングなどでの光の干渉を考える際、屈折率が大 → 小のときは位相変化なし、小 → 大のとき位相 π 変化とするのと同じことです。

勉強法についての質問なんですが、東大型の数学で一問の思いつく時間がかかりすぎてしまうので、難しい問題と簡単な問題を見極めようと思っても、それがうまくできません。

①解法を思いつく時間を、出来るだけ短縮したい。

②問題の難易度を見極められるようにしたい。
(解ける問題も、難問に時間を取られて確実に解けないことがあるので。)

③問題を解く時間を早くしたい。

今やっている勉強は、
・東大の古い過去問を時間をかけて丁寧に解く。
・年度の新しい過去問を本番と同じ時間で解く。
・フォーカスゴールド、一対一で、標準問題の確認。

です。

何かおすすめの勉強法などありましたら、教えて欲しいです。
よろしくお願いします。

23:23

2023年12月8日(金)

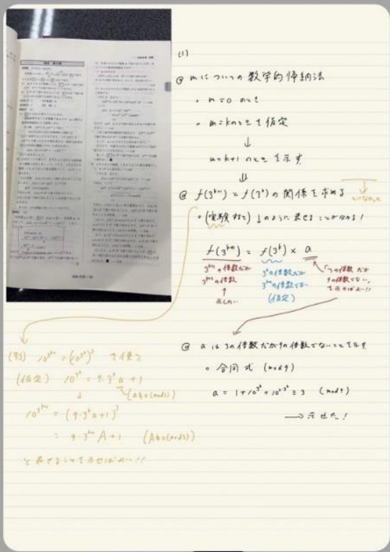
荒木良太

返信が長くなってしまったのでpdfにしました。解法研究の例も上げるので参考にしてみてください。

5:30

20231207.pdf
有効期間：~12/15 5:30
サイズ：564.38 kB

5:30



5:30

ありがとうございます。これからの学習に活かしていきます。

6:54

質問ありがとうございます！

まず、問題を「解く」ことは以下の６つの段階に分けられると考えられます。
①問題文中の式、記号の意味が分かる
②最終目標が分かる
③最終目標を示すための小目標が分かる
④解法を選択する
⑤数学的に処理する
⑥ケアレスミスに気をつける

山登りで例えると
①山の基本情報が分かる
②頂上の位置が分かる
③主な経由地点の位置が分かる
④経由地点までどの道を通るか選ぶ
⑤選んだ道を進む
⑥ケガに気をつける
です。実際には③～⑤を何回も繰り返しながら最終的な解答に辿り着くことになります。

これに当てはめると「難しい」問題とは、
③経由すべき小目標が多い
④方針を立てにくい
⑤数式の処理が重い、計算量が多い
となります。
まずはご自身がどの段階でつまづいているのか分析してみてください。

反対に「簡単な(解きやすい)」問題は
・解や証明の予測が立てられる(→実験する)
・既知の類題に帰着させられる(→演習を積む)
ものと言えます。これらは完答せずとも、分かるところまで書くだけで部分点を狙えます。
つまるところ、「手を動かしやすそう」なもの、「解か解法が思いつく」ものから手をつけると良いでしょう。

最後に、「簡単な(解きやすい)」問題を増やすための勉強法です。演習量をこなすのは前提として、一問ごとの質を高める方法を提案します。
(1) 時間を決めて解く
(2) 解説のヒントを見て、再度解く
(3) 解答の振り返り
自分がなぜ間違えたか、時間がかかったか振り返りましょう。公式忘れ、解法選択に手間取った、難しい式変形をしてしまった、など。